MINISTERUL EDUCAŢIEI NAȚIONALE
COLEGIUL TEHNIC RĂDĂUŢI
Strada Tudor Vladimirescu nr. 4
Tel./fax:0230/562420
Website:www.ctradauti.ro
e-mail: ctradauti@yahoo.com

Teză cu subiect unic, semestrul I, 2018-2019
Matematică _ filiera teoretică_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică
Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I

6p **1.** Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}=2$.

6p **2.** Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $9^{x^2-1}-36\cdot 3^{x^2-3}+3=0$.

6p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\log_{2x-x^2}\left(x-\frac{3}{2}\right)^4\geq 0$.

SUBIECTUL II

1. Pe mulțimea $\mathbb{C}/\{i\}$ se consideră legea de compoziție $x\circ y=xy-ix-iy+i-1,\ (\forall)x,\ y\in\mathbb{C}/\{i\},\ i^2=-1$.

6p a) Să se arate că $(\mathbb{C}/\{i\},\ \circ)$, formează o structură algebrică de grup abelian .

6p b) Să se rezolve ecuația $x\circ x=-1+i$.

6p c) Să se calculeze : $(-2018i)\circ(-2017i)\circ\ldots\circ(-2i)\circ(-i)\circ(0)\circ(i)$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x*y=\dfrac{x+y}{1+\frac{xy}{4}},\ (\forall)x,y\in\mathbb{R},\ xy+4\neq 0.$

6p a) Verificați dacă $*$ este o lege de compoziție internă bine definită pe $G=(-2,\ 2)$.

6p b) Demonstrați că orice element din G este simetrizabil în raport cu legea $*$.

6p c) Studiați dacă funcția $f:\mathbb{R}\to G,\ f(x)=\dfrac{2(e^{4x}-1)}{e^{4x}+1}$ este izomorfism de la grupul $(\mathbb{R},+)$, la grupul $(G,*)$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}ax+\sin x, & x\leq 0\\ x\ln(1+x), & x\in(0,\ +\infty)\end{cases}$.

6p a) Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

6p b) Determinați mulțimea primitivelor funcției f în cazul $a=2$.

6p c) Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care $\int_{-\pi}^{0} f(x)dx=\pi^4+2$.

2. Se consideră funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x\left(e^{x^2}+1\right),\ g(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x^2}+x^2\right)$.

6p a) Să se demonstreze că funcția g este o primitivă a funcţiei *f*.

6p b) Să se calculeze $\int_0^1 f^2(x)\cdot g''(x)dx$.

6p c) Studiați convexitatea / concavitatea funcției f și determinați eventualele puncte de inflexiune .