



Teză cu subiect unic, semestrul I, 2018-2019

Matematică _ filiera tehnologică

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- ☐ ☐ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
☐ ☐ Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I	
6p	1. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{2x^2 + 6x + 1} = x + 2$.
6p	2. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $3^{x+3} + 3 = 84$.
6p	3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+2) + \log_2(x+1) = 1$.
SUBIECTUL II	
	1. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$, $(\forall) x, y \in \mathbb{R}$.
6p	a) Să se arate că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$, $(\forall) x, y \in \mathbb{R}$.
6p	b) Studiați proprietățile de asociativitate și comutativitate ale legii „ $\circ$ ” pe $\mathbb{R}$.
6p	c) Calculați valoarea expresiei $E = (-6) \circ (-4) \circ (-2) \circ (0) \circ 1 \circ (3) \circ 5 \circ 7$.
	2. Pe $\mathbb{Z}$ se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$, $(\forall) x, y \in \mathbb{Z}$.
6p	a) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația: $x * x = x \circ x$.
6p	b) Să se determine $a \in \mathbb{Z}$ cu proprietatea că $x \circ a = 3$, $(\forall) x \in \mathbb{Z}$.
6p	c) Să se rezolve sistemul de ecuații: $\begin{cases} x * (y+1) = 4 \\ (x-y) \circ 1 = 5 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}$.
SUBIECTUL III	
	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x \leq 1 \\ (x+1) \ln x, & x > 1 \end{cases}$.
6p	a) Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.
6p	b) Să se verifice că $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{6}$.
6p	c) Pentru funcția definite pe intervalul $(1, +\infty)$, calculați $\int f(e^x) dx$.
	2. Se consideră funcția $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_a(x) = ax + 1$, $a \in \mathbb{R}$.
6p	a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + 1$ o primitivă a funcției f_a .
6p	b) Să se calculeze $\int (f_2(x) - f_1(x)) \cdot e^x dx$.
6p	c) Demonstrați că $\int_0^1 f_a^2(x) dx \geq \frac{1}{4}$, pentru orice $a \in \mathbb{R}$.